

Soluções - Unidade Temática 1

Subtema 1 - Tarefas

1) a) -1 b) $-\frac{1}{4}$

2) $y = 3x - 2$

3) 406 metros/segundo

4) É derivável

5) 5.1.a) $+\infty$ (não é derivável) b) Não existe,

$f'_-(b) = -\infty$ e $f'_+(b) = +\infty$

5.2.a) $f(a) = 1$ b) $f(a) = 1$

6) a) f não é continua nem derivável em $x = 0$

b) f é continua, mas não é derivável em $x = 1$

7) a) $f'(x) = 3x^2$ b) $g'(x) = -\frac{1}{x^2}$ c) $h'(x) = e^x$

8) a) $2x + 3$ b) $7x^6 - 6x^2$ c) $4e^x$ d) $\frac{1 - \ln x}{x^2}$

e) $\frac{1}{x \ln 2} - 1$ f) $2 \cos x + \operatorname{sen} x$

9) a) $f'(x) = ex^{e-1}$ b) $y - 1 = e(x - 1)$

10) a) 4 metros/segundo b) 4 metros/segundo

11) a) $h'(x) = 6x^2 \operatorname{sen}(2x^3)$ b) $h'(x) = (6x + 2)e^{3x^2 + 2x}$

c) $h'(x) = \frac{2x}{x^2 - 1}$ d) $h'(x) = \frac{3x^2 - 6x - 4}{(x - 1)^2}$

e) $h'(x) = \frac{4(x+1)}{\sqrt[3]{3x^2 + 6x - 2}}$ f) $h'(x) = -4 \operatorname{sen}(2x)e^{2 \cos(2x)}$

12) a) $y' = 3(e^x + 1)(e^x + x - 1)$ b) $y' = 5x(2 \ln x + 1) + 5x^2$

c) $y' = \frac{1}{2x \ln 2(\sqrt{1 + \log_2 x})}$ d) $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{e^x}}$

e) $y' = \frac{2e^x(x^2 - 2x + 1)}{(x^2 + 1)^2}$ f) $y' = \frac{-2 \ln x}{(1 - \ln x)^2}$

g) $y' = -4xe^{-x^2}$ h) $y' = \frac{-3}{(2-x)(x+1)}$

i) $y' = 3^{x^2} + 2x3^{x^2} \ln 3$ j) $y' = -\frac{2 \ln 2}{2^{x+1}}$

k) $y' = -\frac{\ln 2}{x^2 - 1}$ l) $y' = -\frac{1}{2|x|}$

13) a) $f'(x) = \frac{13}{(3x+1)^2}$ e) $f''(x) = \frac{-78}{(3x+1)^3}$

b) $g'(x) = \sqrt{4 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{4 - x^2}}$ e) $g''(x) = \frac{-3x|4 - x^2| + x^3}{(\sqrt{4 - x^2})^3}$

c) $h'(x) = \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 6}$ e) $h''(x) = \frac{-2x^2 + 10x - 13}{(x^2 - 5x + 6)^2}$

d) $i'(x) = e^{2x}(2 \ln x + \frac{1}{x})$ e) $i''(x) = e^{2x}(4 \ln x + \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2})$

e) $j'(x) = \frac{2 \ln(2x)}{x}$ e) $j''(x) = \frac{2 - 2 \ln(2x)}{x^2}$

14) a) $f'(x) = 12x - 2 \cos(2x)$; $f''(x) = 12 + 4 \operatorname{sen}(2x)$;
f'''(x) = $8 \cos(2x)$; $f^{iv}(x) = -16 \operatorname{sen}(2x)$;

$f^v(x) = -32 \cos(2x)$ b) $g'(x) = -e^{-2x}$;

$g''(x) = 2e^{-3x}$; $g'''(x) = -6e^{-4x}$; $g^{iv}(x) = 24e^{-5x}$;

c) $h'(x) = 2xe^x + x^2 e^x$; $h''(x) = (2 + 4x + x^2)e^x$;
 $h'''(x) = (6 + 6x + x^2)e^x$;

15) a) 16 pés/segundo b) -32 pés/segundo; c) 100 pés

16) Não excedeu a velocidade de 48 km/h

17) a) 48 pessoas/dia; 0 pessoas/dia b) ≈ 341 pessoas
c) 8 dias

18) a) 590 US\$ /item

b) 800 US\$ /item

c) 412 US\$ /item

19) a) $10m \times 20m$

20) $y = x$

21) aresta base = $2 \times$ altura

22) mínimo igual a 3 em $x = 4$; máximo igual a 30 em $x = 1$

23) a) f é estritamente crescente em $[-\infty, 0] \cup [2, +\infty]$;

f é estritamente decrescente em $[0, 2]$; extremos:

$x = 0$ (máximo); $x = 2$ (mínimo)

b) g é estritamente crescente em $[-\infty, \frac{1}{2}]$;

g é estritamente decrescente em $[\frac{1}{2}, +\infty]$;

extremos: $x = \frac{1}{2}$ (máximo);

c) h é estritamente crescente em $[\frac{1}{e}, +\infty]$

h é estritamente decrescente em $[-\infty, \frac{1}{e}]$;

extremos: $x = \frac{1}{e}$ (mínimo);

d) i é estritamente decrescente em $\bigcup_{2k\pi} \left[0, \frac{\pi}{2}\right], k \in \mathbb{Z}$;
 i é estritamente crescente em $\bigcup_{2k\pi} \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right], k \in \mathbb{Z}$;

extremos: $x = 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (máximo);

24) a) f é estritamente crescente em \mathbb{R} , .

não tem extremos ;

b) g é estritamente crescente em $[-2, 0]$,

g é estritamente decrescente em $[0, 2]$;

extremos: $x = 0$ (máximo);

c) h é estritamente crescente em $[-\infty, 0]$,

h é estritamente decrescente em $[0, +\infty]$;

extremos: $x = 0$ (máximo);

25) a) O gráfico da função tem concavidade voltada para cima em $[\frac{2}{3}, +\infty]$; concavidade voltada para baixo em $[-\infty, \frac{2}{3}]$. Inflexão em $x = \frac{2}{3}$

b) O gráfico da função tem concavidade voltada para cima em \mathbb{R} , não tem inflexões

c) O gráfico da função tem concavidade voltada para cima em $[-\infty, -\sqrt{3}] \cup [\sqrt{3}, +\infty]$; concavidade voltada para baixo em $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$. Inflexão em $x = \pm\sqrt{3}$;

26) a) $x = 0$ (mínimo); $x = -2$ (máximo);

$x > -1$ (cônica); $x < -1$ (convexa);

$x = -1$ (inflexão) b) $x = 0$ (mínimo);

$x < -1 \vee x > 1$ (cônica); $-1 < x < 1$ (convexa);

$x = \pm 1$ (inflexão) c) $x = 2$ (mínimo);

$x < 1$ (convexo); $x > 1$ (cônico); $x = 1$ (inflexão);

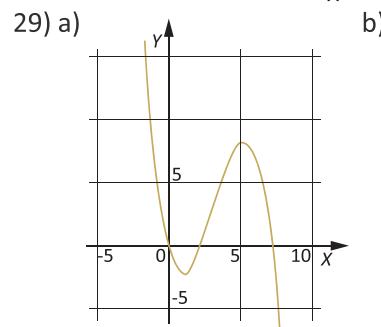
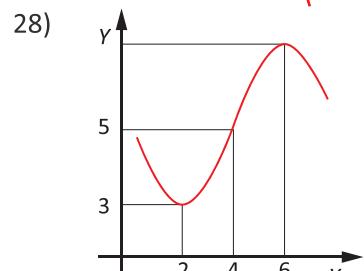
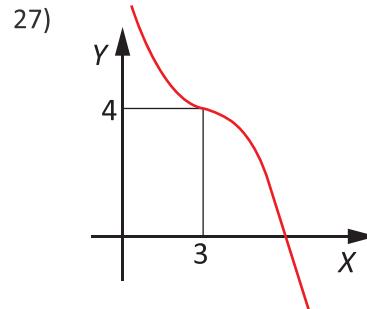
d) $x = \frac{1}{e}$ (mínimo), o gráfico é côncavo e não tem inflexões

e) $x = -1$ (mínimo); $x = 1$ (máximo);

$x < 0$ (convexo); $x > 0$ (cônico) o gráfico não tem inflexões

f) $x = 2$ (mínimo); $x = 0$ (máximo);

$x < 1$ (convexo); $x > 1$ (cônico) o gráfico não tem inflexões



- 30) a) 1 b) $1/6$ c) -2 d) 0 e) 0 f) $1/\ln 2$ g) 0

Subtema 1 - Exercícios e Problemas

1) a) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ b) $g'(x) = -8x$ c)

$$h'(x) = \frac{-1}{\sqrt{(2x-1)^3}}$$

2) a) $f'(3-) = -2$; $f'(3+) = 1$ b) $f'(1-) = 1$; $f'(1+) = 2$

3) a) $y_t = 4x - 4$; $y_n = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$; $y_t = -1$; $x_n = 0$;

$$y_t = 4a^3 - 3a^4 - 1; y_n = -\frac{1}{4a^3}x + \frac{1}{4a^2} + a^4 - 1$$

b) $y_t = -2x + \frac{11}{4}$; $y_n = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$;

$$y_t = (6a-5)(x-a) - a(3a-5); y_n = \frac{1}{6a-5}(x-a) - a(3a-5)$$

c) $y_t = 10x + 17$; $y_n = -\frac{1}{10}x - \frac{16}{15}$

4) a) $y' = 2\pi r$ b) $y' = \frac{3}{2}x^{-2}$

c) $y' = 15x^4(2-x^4) - 4x^3(3x^5 - 1)$

d) $y' = 7 |2ax + b|$

e) $y' = \frac{(6t+5)(t-1)-(3t^2+5t-1)}{(t-1)^2}$

f) $y' = (12x - 3x^2 - 3)(5x^2 + 2x) + (x^3 - 1)(3x - 1)(10x + 2)$

g) $y' = \frac{x^2 - 4x + 2}{2-x}$

h) $y' = 10(3x^2 + 3) + 10x(6x + 7)$

i) $y' = \frac{12(x+1)}{\sqrt{3x^2 + 6x - 2}}$

j) $y' = \frac{42x + 14x - 3 + 3\sqrt[5]{(3x+1)^4}}{2\sqrt[5]{(3x+1)^6}}$

k) $y' = (6x + 6)e^{3x^2 + 6x + 7}$

l) $y' = \frac{3a^{3x}(\ln a - 2x \ln b + 2 \ln b)}{b^{3x^2 - 6x}}$

m) $y' = \frac{1}{2}(b \ln(a + bx) + 1)$

n) $y' = 18(x+1)\operatorname{sen}^2(3x^2 + 6x)\cos(3x^2 + 6x)$

o) $y' = \frac{e^t(e^t + \sqrt{e^t}) - e^t + 1}{(2\sqrt{e^t}\sqrt{e^t - 1}(\sqrt{e^t} + 1)^2)}$

p) $y' = \frac{2b}{a}x - \frac{1}{x}$ q) $y' = 0$

r) $y' = e^{2x}(2\cos(3x) - 3\operatorname{sen}(3x))$

s) $y' = \operatorname{sen}(\frac{x}{2})\cos(\frac{x}{2})[\cos^2(\frac{x}{2}) - \operatorname{sen}^2(\frac{x}{2})]$

t) $y' = \frac{3 + 2\operatorname{sen}(2x)}{[3x - \cos(2x)]\ln 2}$

5) a)

$$y' = -\frac{1}{x^2}; y'' = \frac{2}{x^3}; y''' = -\frac{6}{x^4}; y^{iv} = \frac{24}{x^5}; y^v = -\frac{120}{x^6}; y^{vi} = \frac{720}{x^7}$$

b) $y' = 12x^3 - 2; y'' = 36x^2; y''' = 72x; y^{iv} = 72; y^v = 0$

c)

$$y' = 2\cos(2x); y'' = -4\operatorname{sen}(2x); y''' = -8(\cos(2x)); y^{iv} = 16\operatorname{sen}(2x)$$

6) a) 100 produtos.

b) até 100 produtos, o custo cresce; a partir de 100 produtos o custo decresce.

c) A receita é máxima para 4000 produtos.

d) A receita cresce até 4000 produtos e decresce a partir daí.

e) O lucro é máximo para aprox. 398 produtos.

7) 7.1) 200 metros

7.2) $d'(t) = 140 - 40t \text{ m/s};$

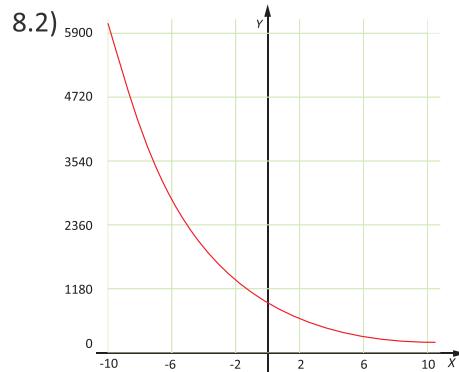
$d''(t) = -40 \text{ m/s (desaceleração)}$

7.3) 245 metros, para $t = 3,5$ segundos

7.4) $t = 7$ segundos

8) 8.1) a) 900 produtos

b) $t \approx 4$ dias



8.3) $s'(t) = -4000e^{-0.2t}; s'(t) < 0, \forall t > 0$, logo o número de vendas é estritamente decrescente após terminada a campanha publicitária.

8.4) $\lim_{t \rightarrow +\infty} s(t) = 100$ produtos diários.

9) 9.1) $TMV[0,2] = \frac{125}{6} \approx 20,8$ (taxa de variação mediada temperatura nos dois primeiros minutos)

9.2) Variação instantânea da temperatura no 2º minuto da experiência

9.3) $t = 10$ 9.4) Sim, no instante $t = 30$

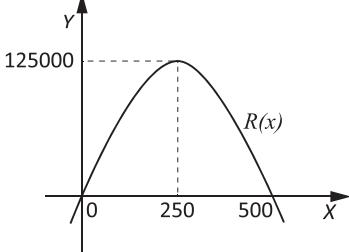
10) 10.1) 2500 unidades para um lucro máximo de 52500 dólares

10.2) 3000 unidades

11) 11.1) a) $TMV[1,5] = 6$ dólares/tonelada

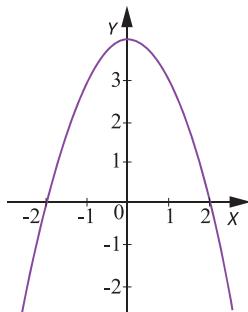
b) $c'(2) = 4$ dólares/tonelada

11.2) a)



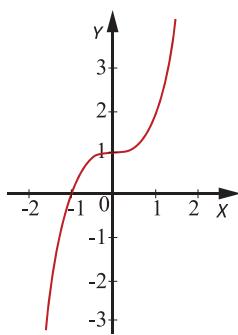
- b) $R'(100) = 600$ dólares/tonelada, Receita marginal
 c) 250 unidades; receita de 125000 dólares
 d) $R'(200) = 200$ dólares/tonelada;
 $R'(300) = -200$ dólares/tonelada; significa que a receita marginal decresce quando se produzem entre 200 a 300 toneladas.

12) a)



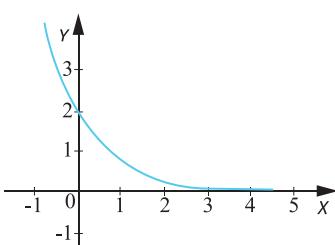
Dominio: IR Pontos críticos: $x = 0$. Máximo igual a 4 (em $x = 0$). Crescente em $]-\infty, 0]$ Decrescente em $[0, +\infty[$ Convexa. Não tem inflexões

b)



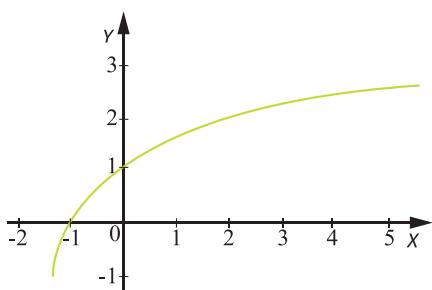
Dominio: IR Pontos críticos: $x = 0$. Não tem extremos. Crescente em IR Convexa em IR^- ; Côncava em IR^+ . Inflexão em $x = 0$

c)



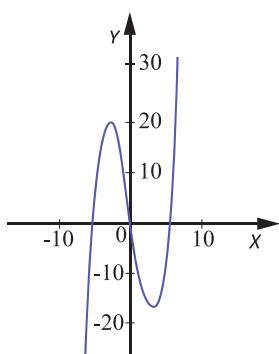
Dominio: IR Pontos críticos: não tem Extremos: não tem Decrescente em IR . Curva côncava. Não tem inflexões

d)



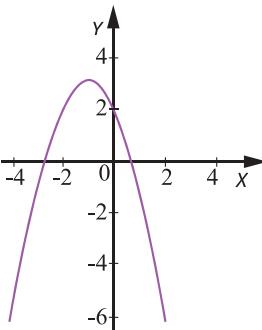
Dominio: IR Pontos críticos: não tem Extremos: não tem Crescente em IR . Curva convexa. Não tem inflexões

e)



Dominio: IR Pontos críticos: $x = \pm 3$ máximo igual a 20 (em $x = -3$); mínimo igual a -16 (em $x = 3$); Crescente em $]-\infty, -3] \cup [3, +\infty[$ Decrescente em $[-3, 3]$ Convexa em IR_o^- ; Côncava em IR_o^+ . Inflexão em $x = 0$

f)



Dominio: IR Pontos críticos: $x = -1$. Máximo igual a 3 (em $x = -1$). Crescente em $]-\infty, -1]$; Decrescente em $[-1, +\infty[$ Convexa. Não tem inflexões

Subtema 2 - Tarefas

31) a) $\frac{1}{4} \sin(4x) + c, c \in IR$ b) $\frac{1}{x^3} + c, c \in IR$

c) $3x^2 + c, c \in IR$ d) $\frac{x^8}{8} + c, c \in IR$

e) $-\frac{1}{4x^2} + c, c \in IR$ f) $\frac{1}{x^2} + c, c \in IR$

g) $\frac{3x\sqrt[3]{x}}{4} + c, c \in IR$ h) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + c, c \in IR$

32) a) $\frac{x^8}{8} - 3x^2 + 8x + c, c \in IR$

b) $-\frac{1}{3x^3} + x^2 + 3x + c, c \in IR$ c) $-3\cos x + c, c \in IR$

d) $\frac{x^2}{2} + c, c \in IR$ e) $\frac{x^4}{4} - 2x^3 + 2x^2 + c, c \in IR$

f) $-\frac{x^5}{10} + \frac{x^4}{4} + \sqrt{2}x + c, c \in IR$

33) a) $-\frac{1}{\pi} \cos(\pi x) - \pi x + c, c \in IR$

b) $e^{t^2+1} + c, c \in IR$ c) $\frac{x^2}{2} + \ln|x| - \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x} + c, c \in IR$

d) $\frac{x^4}{4} + \frac{1}{2x^2} + c, c \in IR$ e) $(2x+2)\sqrt{x} + c, c \in IR$

f) $\frac{3}{4}\sqrt[3]{x^4} + \ln|x^2 - 1| + c, c \in IR$

g) $\frac{1}{2}e^{2x} - \frac{1}{3}\sqrt{(2x-5)^3} + c, c \in IR$

h) $-\frac{1}{2}\cos(2x+1) + \frac{1}{3}\sin(3x+2) + c, c \in IR$

34) a) $\frac{2}{3}\sqrt{(1+x^2)^3} + c, c \in IR$

b) $\frac{2}{3}\sqrt{(1+x)^3} + c, c \in IR$ c) $\frac{\sin^3 x}{3} + c, c \in IR$

d) $\frac{3}{7}\sqrt[3]{(x+3)^7} + c, c \in IR$ e) $\frac{1}{5}e^{5x} + c, c \in IR$

f) $\frac{1}{2}e^{x^2} + c, c \in IR$ g) $\frac{1}{18}\sin(3x^2) + c, c \in IR$

35) a) $x \ln x - x + c, c \in IR$

b) $-\frac{1}{2}x \cos(2x) + \frac{1}{4}\sin(2x) + c, c \in IR$

c) $(x-1)e^x + c, c \in IR$ d) $-\frac{1}{x}(\ln x + 1) + c, c \in IR$

36) a) 4 b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{3}{2}$ d) 0

37) a) 2 b) 20 c) $\frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$ d) 0 e) $\frac{1}{2}$

38) 5126 indivíduos

39) a) 16 b) $\frac{16}{3}$ c) $\frac{56}{3}$ d) $\frac{9}{2}$

e) 1 f) $\frac{1}{2}(e^2 - 1)$ g) $1 + \sqrt{2}$

41) $V = 9\pi$

42) a) $V = 625\pi$ b) $\frac{625\pi}{2}$

43) $V = \frac{55\pi}{8}$

Subtema 2 - Exercícios e Problemas

1) a) $\frac{x^3}{3} + \frac{5x^2}{2} + c, c \in IR$

b) $\frac{3x^5}{5} + \frac{5x^3}{3} + 10x + c, c \in IR$

c) $5e^x - \frac{3x^2}{2} - \frac{4}{x^2} + c, c \in IR$

d) $x^4 + \operatorname{sen} x + c, c \in IR$

e) $\frac{9x^3}{3} + \frac{21x^2}{2} + 49x + c, c \in IR$

f) $-3\cos x + 4\operatorname{sen} x + c, c \in IR$

g) $\frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + e^x + c, c \in IR$

h) $\frac{x^2}{4} + \frac{3}{4}\sqrt[4]{x^3} - \frac{2}{5}x + c, c \in IR$

i) $\frac{x^{-5}}{-5} + c, c \in IR$ j) $\frac{5}{3}\sqrt[5]{x^3} + c, c \in IR$

k) $x + \frac{1}{x} + c, c \in IR$ l) $\frac{5}{6}\sqrt[6]{x^5} + c, c \in IR$

m) $\frac{3}{5}\sqrt[3]{x^5} + c, c \in IR$ n) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + c, c \in IR$

o) $\operatorname{sen} t + 2\cos t + c, c \in IR$

2) a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{7}{3}$ c) 1 d) $\frac{20}{3}$ e) 1 f) 0 g) $\frac{1}{2}$

h) $\frac{\pi}{2} + 1$ i) 2 j) $\frac{4}{5}$ k) $\frac{15}{8}$ l) 2

3) 10128 pessoas

4) 2895 alunos

5) $v(t) = 6t^2 - 4t - 6$

6) 16 unidades área

7) a) 2 unidades área b) 6 unidades área

8) a) $\frac{9}{2}$ b) $\frac{64}{3}$ c) 16 d) 42 e) 1 f) $e^3 - e$

9) $V = \frac{\pi(e^4 + 4e^2 - 1)}{4e^2}$

10) a) $V = 4\pi$ b) $V = 12\pi$

11) a) $V = \frac{24\pi}{5}$ b) $V = \frac{96\pi}{5}$ c) $V = \frac{272\pi}{15}$

d) $V = \frac{27\pi}{2}$ e) $V = \frac{\pi^2}{2}$

Soluções Unidade Temática 2

Subtema 1 - Tarefas

1) a) 8 e 6; $(\pm\sqrt{7}, 0)$ b) 1 e 2; $(0, \pm\frac{\sqrt{3}}{2})$

2) a) $(\pm 3, 0)$ e $(0, \pm 1)$

b) $(\pm 2, 0)$ e $(0, \pm 4)$; $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3) a) $a = 3\sqrt{2} \Rightarrow 2a = 6\sqrt{2}$ Medida do comprimento do eixo maior; $b = 2 \Rightarrow 2b = 4$, Medida do comprimento do eixo menor (a é superior a b)

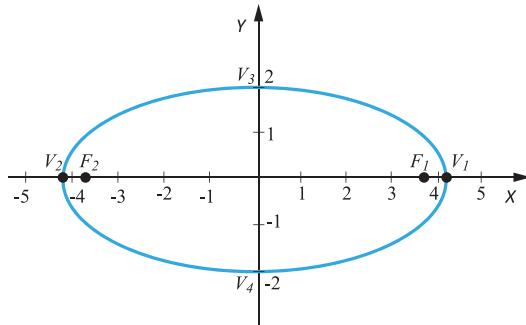
b) Vértices;

$$V_1 = (3\sqrt{2}, 0), V_2 = (-3\sqrt{2}, 0), V_3 = (0, 2), V_4 = (0, -2)$$

$c^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow c^2 = 14$ donde $c = \sqrt{14}$ Focos:

$$F_1 = (\sqrt{14}, 0), F_2 = (-\sqrt{14}, 0)$$

c)



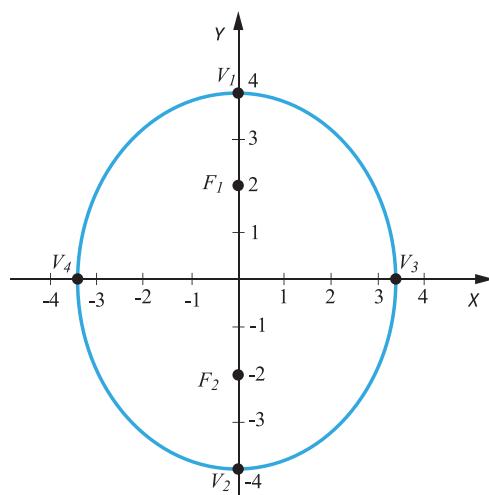
4) a) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{9} = 1$ b) $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$

c) $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{169} = 1$

5) a) $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$ b) Vértices:

$$V_1 = (0, 4), V_2 = (0, -4), V_3 = (2\sqrt{3}, 0), V_4 = (-2\sqrt{3}, 0)$$

Focos: $F_1 = (0, 2), F_2 = (0, -2)$



6) $F_1 = (0, 3); F_2 = (0, -3)$

7) a) $a = 7; b = 4\sqrt{2}$, medida de comprimento do eixo maior: $2a = 14$, medida de comprimento do eixo menor: $2b = 8\sqrt{2}$

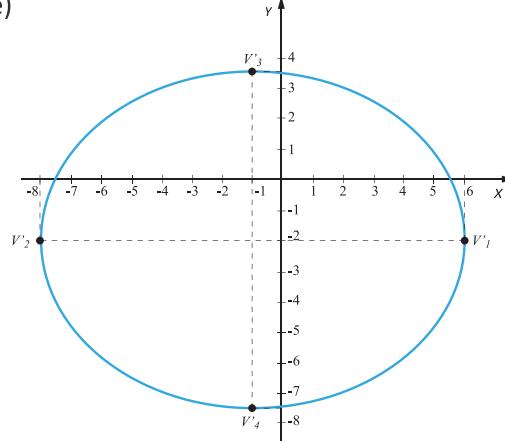
b) $F_1 = (\sqrt{17} - 1, -2), F_2 = (-\sqrt{17} - 1, -2)$

c)

$$V_1 = (6, -2), V_2 = (-8, -2), V_3 = (-1, 4\sqrt{2} - 2), V_4 = (-1, -4\sqrt{2} - 2)$$

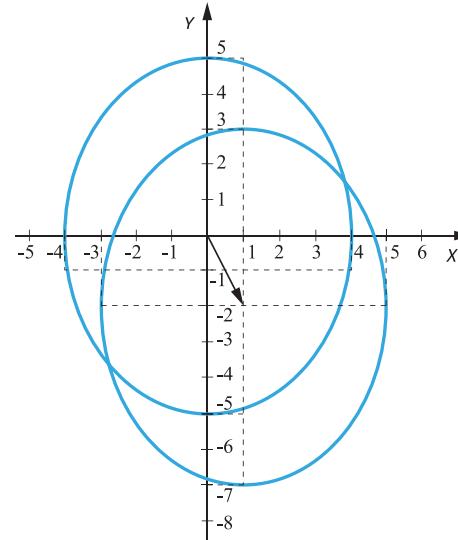
d) $d_1 : x = \frac{49\sqrt{17}}{17} - 1, d_2 : x = -\frac{49\sqrt{17}}{17} - 1$

e)



8) $\frac{(x-1)^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$

9) $\frac{(x-1)^2}{16} + \frac{(y+2)^2}{25} = 1$



10) F_1, F_2 , pontos onde deve colocar as estacas.

$$F_1 = (3 + \sqrt{5}, 2), F_2 = (-\sqrt{5} + 3, 2)$$

11) a) $(\pm 3, 0); (\pm 5, 0); \frac{5}{3}$

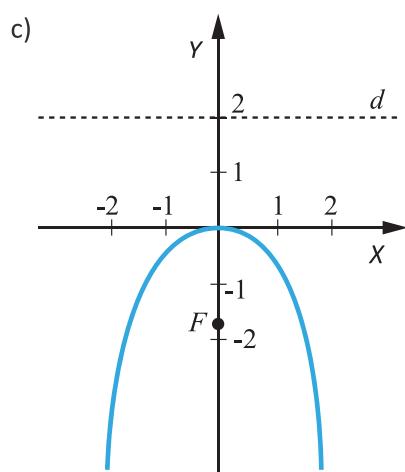
b) $(0, \pm 2); (0, \pm \sqrt{5}); \frac{\sqrt{5}}{2}$

c) $(\pm 5, 0); (\pm 5\sqrt{2}, 0); \sqrt{2}$ (é uma hipérbole equilátera)

d) $(0, \pm \frac{\sqrt{5}}{2}); (0, \pm \frac{3}{2}); \frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

12) A equação da parábola é $x^2 = 6y$

13) a) $-2p = -8 \Leftrightarrow p = 2$, $F(0, -2)$ b) $d : y = 2$



14) $V(0,0); F(0, -\frac{1}{16}); d : y = \frac{1}{16}$

15) a) $(\pm 3, 0); (\pm 5, 0); e = \frac{5}{3}$

b) $(0, \pm 2); (0, \pm \sqrt{5}); e = \frac{\sqrt{5}}{2}$

c) $(\pm 5, 0); (\pm 5\sqrt{2}, 0); e = \sqrt{2}$ (é uma hipérbole)

equilátera) d) $(0, \pm \frac{\sqrt{5}}{2}); (0, \pm \frac{3}{2}); e = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

16) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$

17) a) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$ b) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$ c) $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$

18) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{2} = 1$

19) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} = 1;$

$V_1(2,0); V_2(-2,0); c = 2\sqrt{2}; F_1(2\sqrt{2}, 0); F_2(-2\sqrt{2}, 0)$

20) a) $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{16} = 1$, Representa a equação da hipérbole;

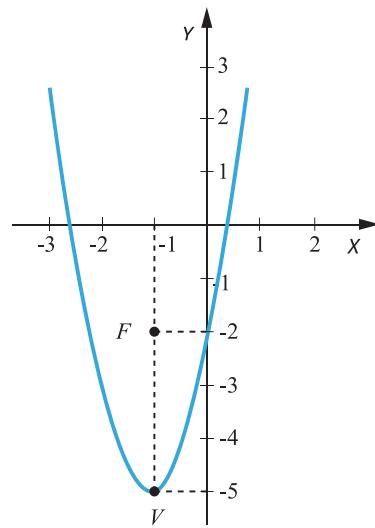
$a^2 = 4 \Rightarrow a = 2, b^2 = 16 \Rightarrow b = 4, c^2 = 20 \Rightarrow c = 2\sqrt{5}$

Vértices: $V_1(2,0); V_2(-2,0)$ Focos:

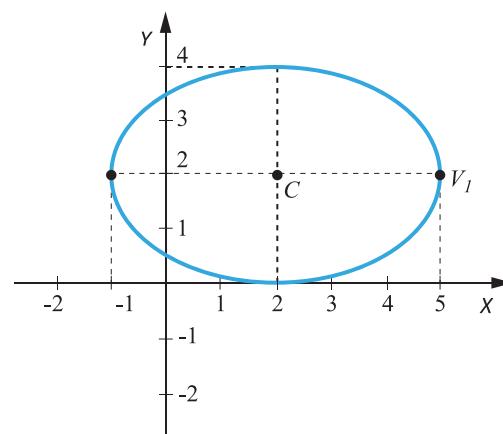
$F_1(2\sqrt{5}, 0); F_2(-2\sqrt{5}, 0)$ b) $\frac{(x+3)^2}{4} - \frac{(y-4)^2}{16} = 1$

21) Opção B

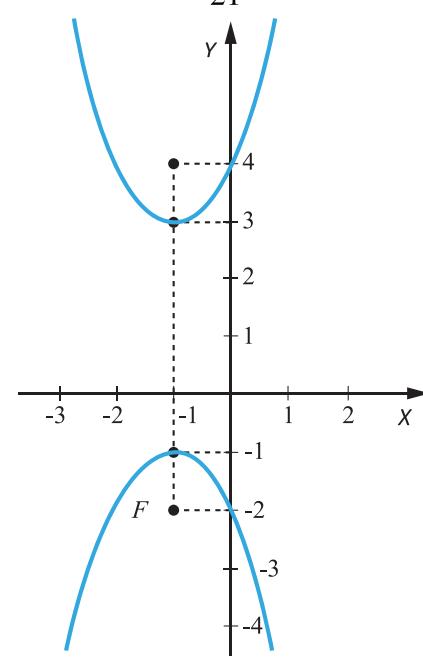
22) a) $(x+1)^2 = 8(y+4)$



b) $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$



c) $\frac{(y-2)^2}{4} - \frac{(x+1)^2}{21} = 1$



Subtema 1 - Exercícios e Problemas

1) a) Vértices: $(\pm 10, 0)$; Focos: $(\pm \sqrt{125}, 0)$;

Eixo transverso: $2 \times 10 = 20$; Eixo não transverso:

$$2\sqrt{25} = 10 \quad e = \frac{\sqrt{125}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

b) Vértices: $(0, \pm \frac{4}{3})$ Focos: $(0, \pm \sqrt{\frac{16}{9} + 4})$; Eixo

transverso e eixo não transverso: $2 \times \frac{4}{3}$ e 2×2

$$e = \frac{\sqrt{52}}{3} \div \frac{4}{3} = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

$$2) \frac{(x-4)^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$3) \frac{(x-4)^2}{9} - \frac{(y-2)^2}{16} = 1$$

$$4) (x-1)^2 = 12(y-4)$$

$$5) a) b=1; \frac{x^2}{9} - (y-1)^2 = 1 \quad b) \text{Eixos de simetria: } x=0$$

$$\text{e } y=1; \text{ equações das diretrizes } x = \pm \frac{9\sqrt{10}}{10}, c = \sqrt{10}$$

6) a) Centro: (h, k) b) Foco: $(h-c, k)$

c) Vértices: $(h+a, k); (h-a, k); (h+b, k); (h-b, k)$

$$d) \frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

7) a) $e = \frac{4}{5}$, sendo $e < 1$, temos uma elipse; $c = 4$,

$$e = \frac{c}{b}, b=5, a=3, \text{ equação da elipse } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{25} = 1$$

b) Coordenadas dos focos: $(0, 4), (0, -4)$; Vértices:

$$(3, 0), (-3, 0), (0, 5) \text{ e } (0, -5) \quad c) y = 1 \wedge x = \pm \frac{6\sqrt{6}}{5};$$

$$y = -1 \wedge x = \pm \frac{6\sqrt{6}}{5}$$

8) a) opção B b) opção A

Soluções Unidade Temática 3

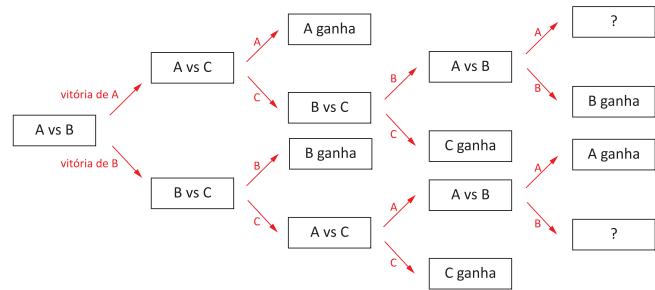
Subtema 1 - Tarefas

1) a)c)d) Aleatórias b) Deterministas

2) a) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ b) $\{(1,V);(2,v); \dots; (6,V); (1,R),(2,R), \dots,$

$(6,R)\}$ c) $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ d) $\{S, N\}$

3)



4) a) $S = \{(P;P;V);(P;V;P);(P;V;V);(V;V;P);(V;P;P);(V;P;V);(V;V;V);(V;V;P);(V;P;V);(V;P;P)\}$

b) b1) As três vermelhas b2) Sair bola amarela (por exemplo) b3) Sair duas bolas pretas e uma vermelha

5) a) $A = \{4\}$ b) $B = \{1, 2, 4\}$ c) $C = \{3, 6\}$

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

a) a1) $A = \{2, 3, 5, 7, 11\}$ $B = S$ $C = \{2, 4\}$ $D = \emptyset$

a.2.1) B b.2.2) D

7) $A = \{4, 8, 12\}$ $B = \{6, 12\}$

$A \cup B = \{4, 6, 8, 12\}$ $A \cap B = \{12\}$

8) $C = \{(B_1, B_2); (B_2, B_1); (A_1, A_2); (A_2, A_1)\}$
 $D = \{(B_1, B_2); (B_2, B_1); (B_1, A_1); (B_1, A_2); (B_2, A_1);$
 $; (B_2, A_2); (A_1, B_1); (A_1, B_2); (A_2, B_1); (A_2, B_2)\}$
 $C \cap D = \{(B_1, B_2); (B_2, B_1)\}$

9) Por exemplo A: "Sair face par" B: "Sair 3 ou 5" Ou

$A = \{1, 2\}$ $B = \{3, 5, 6\}$

10) a) $A \setminus B = \{9\}$ b) $\overline{A} = \{8, 11, 15\}$

c) $\overline{A} \cap B = \{11, 15\}$ d) $\Omega \setminus B = \{8, 9\}$

11) a) $\{3, 4, 5, 6\}$ b) $\{3, 5\}$ c) $\{1, 2, 3, 5, \}$ d) $\{2, 3, 4, 5, 6\}$

14) 6 azuis, 3 laranja e 3 rosa

Nº do vértice	1	2	3	4
f_i	$\frac{3}{14}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{6}{35}$	$\frac{23}{70}$

$$b) P(A) = \frac{1}{2}; P(B) = \frac{43}{70}$$

- 16) Aproximadamente 27 vezes
- 17) a) "Sair face com o nº 3"
b) "Sair face com nº superior a 3"
- 18) A probabilidade é 0
- 19) a) $P(V) = \frac{5}{8}$ b) $P(A) = \frac{3}{8}$ c) $P(B)=0$
- 20) a) 0 b) $7/9$ c) $4/9$ d) $7/9$
- 21) a) Sem reposição b) Com reposição
- 22) 18 bolas
- 23) $4/11$
- 24) a) $1/3$ b) 1
- 25) a.1) 0,3 a.2) 0,288 b.1) $1/8$ b.2) $3/8$
- 26) a) 30 b) $3/5$ c) $1/10$
- 27) $P(B) = \frac{5}{2}$
- 28) a) 0,0016 b) 89,5%
- 29) 0,357

Subtema 1 - Exercícios e Problemas

- 1) 1.1) { (1,1);(1,2);(1,3);.....(6,6)} 1.2) {(1,1)} 1.3) {(1,2);(2,1)}, por exemplo
- 1.4) Acontecimento certo: "A soma dos valores é igual ou inferior a 12" por exemplo; Acontecimento impossível: "A soma dos valores é superior a 30" por exemplo 1.5) $1/6$ 1.6) $1/4$ 1.7) $1/6$
- 2) 20 bolas azuis
- 3) 0,49
- 4) 8 Refeições
- 5) A máquina B
- 6) 6.1) 1 6.2) $2/3$
- 7) $7/8$
- 8) A probabilidade pedida é a probabilidade de na 2^a extração, sair uma carta de espadas que não seja figura, sabendo que saiu o duque de espadas na 1^a extração. Há no total 51 cartas e há 9 cartas de espadas que não são figuras pois o duque de espadas já saiu.

- 9) 0,33
- 10) 10.1) 0,144 10.2) 0,36 10.3) 0,25
- 11) 11.1) a) $1/8$ b) $3/8$ 11.2) a) 0,13 b) 0,38

Subtema 2 - Tarefas

- 36) a) b) Amostra c) d) População
- 37) 15 raparigas
- 38) a) A amostra não é representativa dos eleitores timorenses b) O estudo não seria representativo das empresas com menores exportações c) As perdas da fábrica d) Já sabemos que gostam de musica rock não é representativo
- 39) a) Quantitativa discreta b) Qualitativa
c) Qualitativa d) Qualitativa e) Quantitativa discreta
f) Quantitativa discreta g) Quantitativa contínua
h) Qualitativa i) Quantitativa contínua

40)

x_i	f_i	F_i
M	12	12
F	8	20

41) a)

x_i	f_i	F_i	f_{ri}	F_{ri}
1	2	2	0,14	0,14
2	4	6	0,29	0,43
3	2	8	0,14	0,57
4	3	11	0,21	0,78
5	1	12	0,08	0,86
6	2	14	0,14	1

b) 14% c) A face com o número 2

42) a)

x_i	f_i	F_i	f_{ri}	F_{ri}
15	1	1	0,02	0,02
16	2	3	0,04	0,06
17	4	7	0,08	0,14
18	5	12	0,1	0,24
19	5	17	0,1	0,34
20	7	24	0,14	0,48
21	8	32	0,16	0,64
22	7	39	0,14	0,78
23	5	44	0,1	0,88
24	4	48	0,08	0,96
25	2	50	0,04	1

b) 26

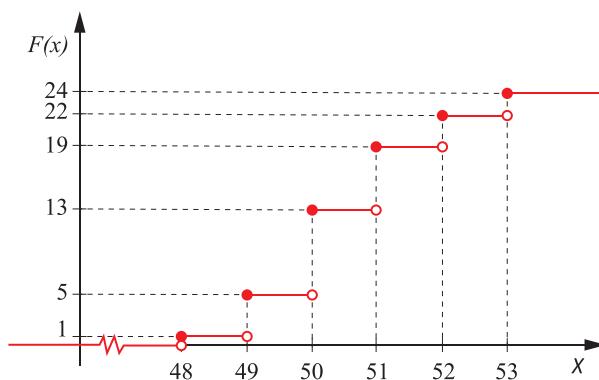
- 43) a) 23

b)

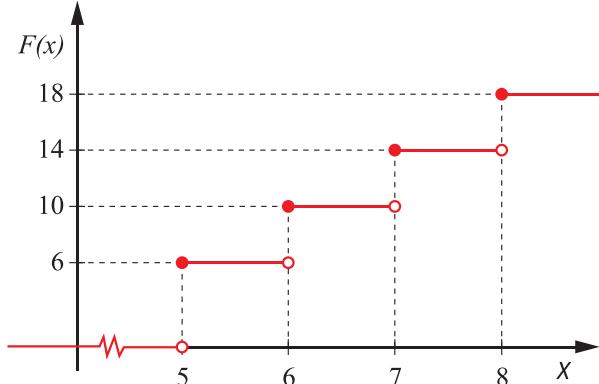
x_i	f_i	F_i	f_{ri}	F_{ri}
6	1	1	0,043	0,043
8	2	3	0,087	0,13
9	4	7	0,174	0,304
11	3	10	0,130	0,434
15	4	14	0,174	0,608
16	6	20	0,261	0,869
18	3	23	0,130	1

c) 69,5%

44)



45)



46)

x_i	f_i	F_i	f_{ri}	F_{ri}
[10,12[5	5	0,238	0,238
[12,14[6	11	0,286	0,524
[14,16[3	14	0,143	0,667
[16,18[4	18	0,190	0,857
[18,20[3	21	0,143	1

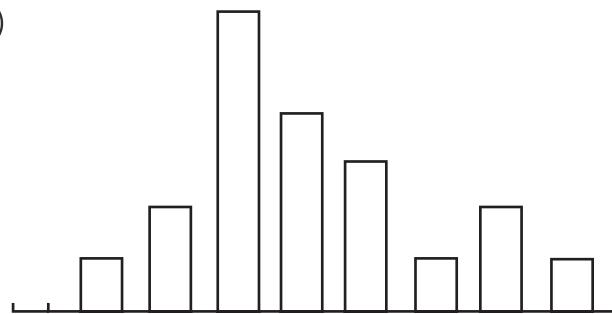
47)

Classes	Frequência absoluta (f_i)	Frequência relativa (f_{ri})	Frequência absoluta acumulada (F_i)	Frequência relativa acumulada (F_{ri})
[5 , 21[12	0,20	12	0,20
[21 , 37[8	0,13	20	0,33
[37 , 53[9	0,15	29	0,48
[53 , 69[9	0,15	38	0,63
[69 , 85[14	0,24	52	0,87
[85 , 101[8	0,13	60	1
Total	60	1		

48) a)

x_i	f_i	F_i	f_{ri}	F_{ri}
37	1	1	0,05	0,05
38	2	3	0,1	0,15
39	6	9	0,3	0,45
40	4	13	0,2	0,65
41	3	16	0,15	0,80
42	1	17	0,05	0,85
43	2	19	0,1	0,95
44	1	20	0,05	1

b)



49) a.1) 80% a.2) 20% b) 4

50) 78 pessoas

51)

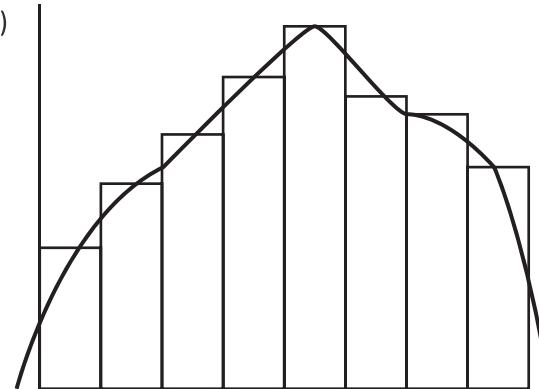
x_i	f_i	f_{ri}
A	48	0,32
B	21	0,14
C	18	0,12
D	63	0,42

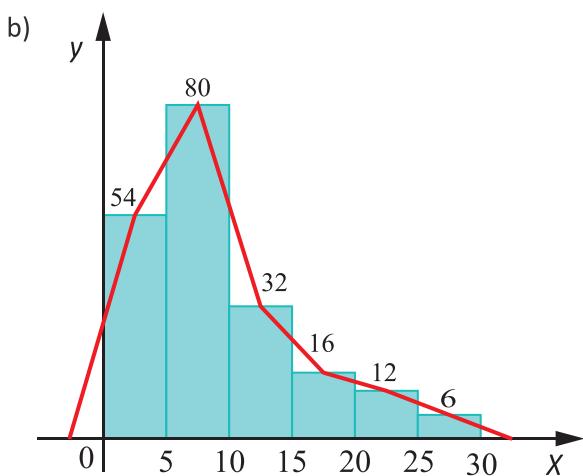
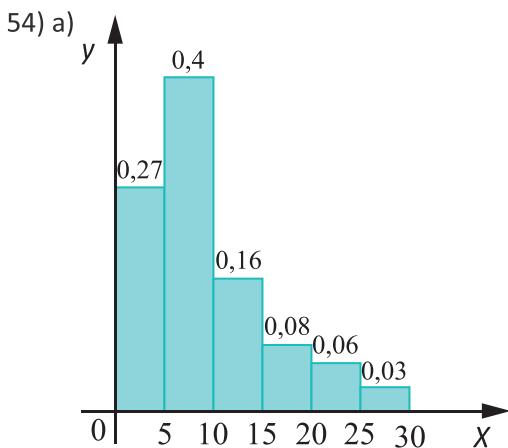
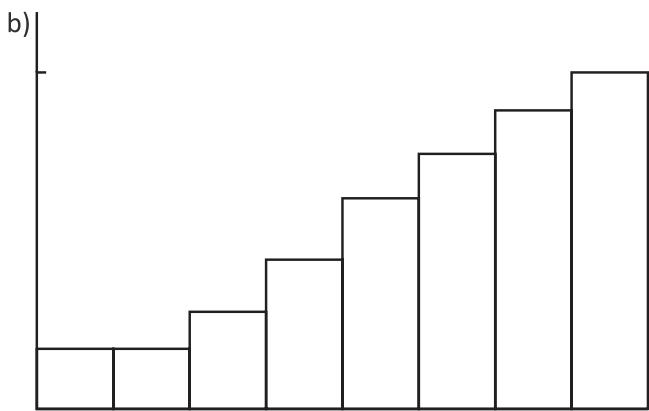
52) a) 38 b) 4ª Feira c) 32%

d)

x_i	f_i	f_{ri}
2ª	8	0,211
3ª	4	0,105
4ª	14	0,368
5ª	6	0,158
6ª	6	0,158

53) a)





55) 28,6°C

56) a)

Peso em Kg	f_i
[30 , 40[4
[40 , 50[5
[50 , 60[6
[60 , 70[5
[70 , 80[3
[80 , 90[1
Total	24

b) A média é 55,42

57) a) 15 jogadores

b) 5,8 jogos

58) a) 5,58

b.1) 11,17

b.2) A segunda é o dobro da primeira

c) 5

59) a) A média 28,4

b) 85,2

c) Passa a ser metade da inicial

60) a)

Duração/h	Nº de pilhas	fri
[25 , 30[3	0,04
[30 , 35[5	0,067
[35 , 40[21	0,28
[40 , 45[28	0,373
[45 , 50[12	0,16
[50 , 55[6	0,08
Total	75	1

b) [40.45[

61) a)

x_i	f_i	fri	F_i	Fri
17,5	10	0,2	10	0,2
24,5	8	0,16	18	0,36
31,5	6	0,12	24	0,48
38,5	3	0,06	27	0,54
45,5	3	0,06	30	0,6
52,5	7	0,14	37	0,74
59,5	10	0,2	47	0,94
66,5	3	0,06	50	1

b) 30 pessoas

c) a média é 39 anos

d) Não existe

62) Para o autocarro A: $\tilde{x} = 45$ Para o autocarro

$$B: \tilde{x} = \frac{x_5 + x_6}{2} = 51$$

63) A mediana é 2,5

$$64) a) \tilde{x} = \frac{x_{12} + x_{13}}{2} = 11$$

b) A classe mediana é [9,12[

65) $Q_1 = 15,5$ $Q_2 = 21$ $Q_3 = 33$

66) a) Aproximadamente 2,23 horas

b) $Q_1 = 1$ $Q_2 = 2$ $Q_3 = 3$

c) O intervalo $[0,1]$ por exemplo

d) A primeira por que a segunda tem media 1,6

e) $Q_1 = 1$ $Q_2 = 2$ $Q_3 = 3$

67)



$$Q_1 = Q_2 = 15; Q_3 = 16$$

68) a) 0,7

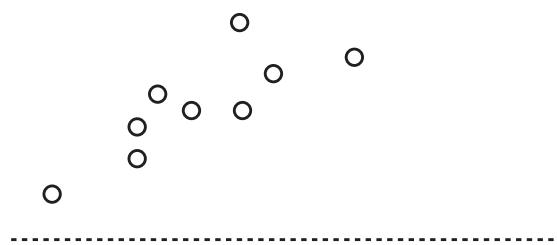
b) $s^2 = 0,042$

69)

x_i	f_i	f_{ri}	F_i	F_{ri}
[12,17[4	0,1	10	0,1
[17,22[11	0,275	18	0,375
[22,27[4	0,1	24	0,475
[27,32[5	0,125	27	0,6
[32,37[7	0,175	30	0,775
[37,42[9	0,225	37	1

70) a) A= 26 e B=12

71)



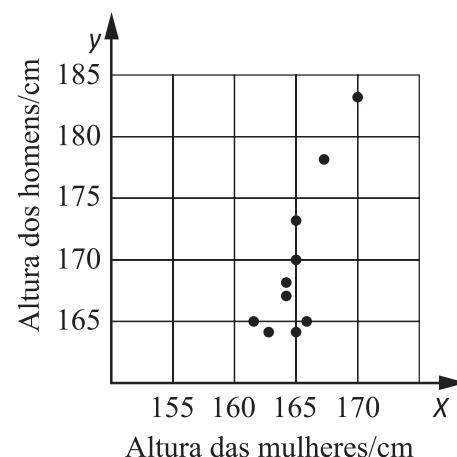
72) A positiva B Negativa C Positiva D Negativa

73) a) $\bar{x} = 55,5$ $\bar{y} = 43,5$

74) $y=27,29x-31,43$

75) (D) I (A) II (B) III (C) IV

76) a) Correlação positiva forte, ou seja, coeficiente de correlação próximo de 1.



b) $r=0,83$

77) a) $\{0;1;2\}$

b)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$1/4$	$1/2$	$1/4$

78) a=0

79) A experiência é constituída por 20 provas idênticas. Cada prova só admite dois resultados possíveis: acertar (sucesso) ou errar (insucesso)

Os resultados de cada prova são independentes

A probabilidade de sucesso $P= \frac{1}{4}$ é constante de prova

para prova. $n=20$ $p= \frac{1}{4}$

80) 0,2335

81) a) 40 peças

b) 6,07

82) a) 0,0821

b) 0,2565

83) a) 0,1126

b) 0,0000

c) 10

84) a) 68,27%

b) Aproximadamente 50%

85) a) 68,27%

b) 95,45%

Subtema 2 - Exercícios e Problemas

- 1) 1.1) As pessoas que frequentam o mercado
 1.2) Número de chás que cada pessoa toma por dia
 1.3) 200
 1.4)

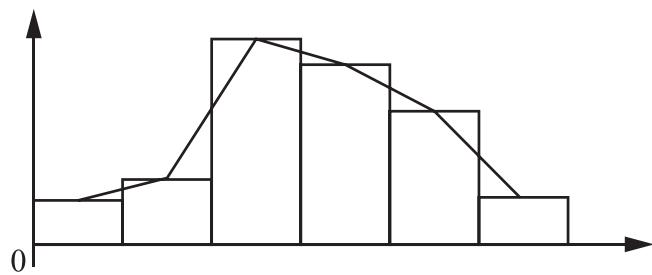
0	37	37	0,185	0,185
1	52	89	0,26	0,445
2	79	168	0,395	0,84
3	17	185	0,085	0,925
4	9	194	0,045	0,97
5	6	200	0,03	1

1.5) Média: 1,635 Moda: 2 Mediana: 2

2) 2.1)

	f_i	fri	F_i	Fri
[0,5[2	0,067	2	0,067
[5,10[3	0,1	5	0,167
[10,15[9	0,3	14	0,467
[15,20[8	0,267	22	0,734
[20,25[6	0,2	28	0,934
[25,30]	2	0,067	30	1
total	30			

2.2)



3) 3.1)

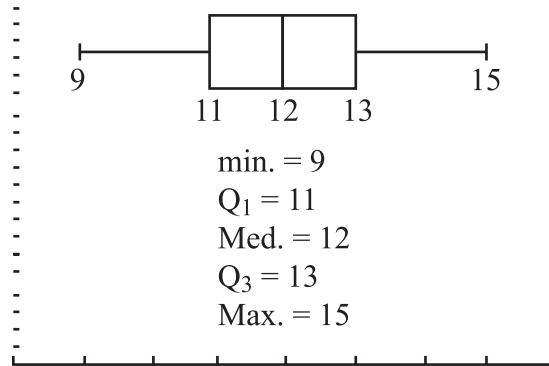
Idade (anos)	Valor central	f_i	F_i	fri	Fr_i
[14 , 21[17,5	10	10	0,20	0,20
[21 , 28[24,5	8	18	0,16	0,36
[28 , 35[31,5	6	24	0,12	0,48
[35 , 42[38,5	3	27	0,06	0,54
[42 , 49[45,5	3	30	0,06	0,60
[49 , 58[52,5	7	37	0,14	0,74
[56 , 63[59,5	10	47	0,20	0,94
[63 , 70[66,5	3	50	0,06	1

3.2) 30 pessoas

3.3) Aproximadamente 39 anos $\bar{x} = 39,48$ anos

3.4) [35,42[

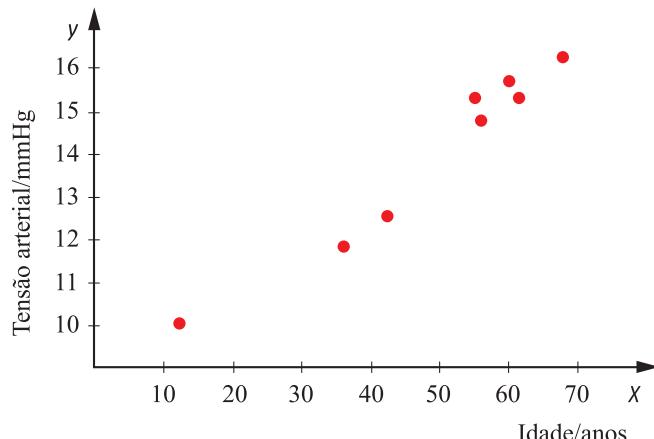
4) 4.1) $\bar{x} = 12,2$ $\tilde{x} = 12$ 4.2) Apresentam maior concentração entre os 11 e os 13 meses.



5) 5.2) Correlação positiva

5.3) $r=0,988$. A correlação é muito forte.

6)



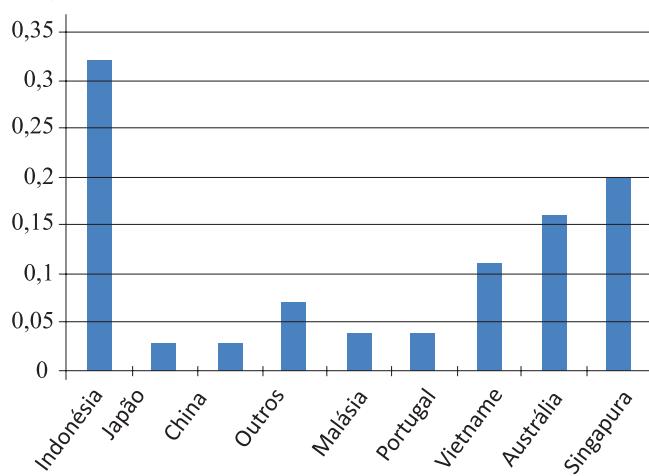
$r \approx 0,98$; correlação positiva forte

7) 7.1) I-C II-B III-D IV-A

7.2) I: Quanto maior o tempo de aceleração menor o consumo, correlação positiva forte II: Com a idade aumenta a massa do trabalhador, correlação positiva fraca III: Quanto mais largo o ovo maior é o comprimento, correlação positiva forte IV: Quanto mais se dorme, menos tempo se estuda, correlação negativa fraca.

8) 8.1) Singapura 72º Indonésia 115,2º Outros 25,2º Japão 10,8º China 10,8º Malásia 14,4º Portugal 14,4º Vietname 39,6º Austrália 57,6º

8.2)



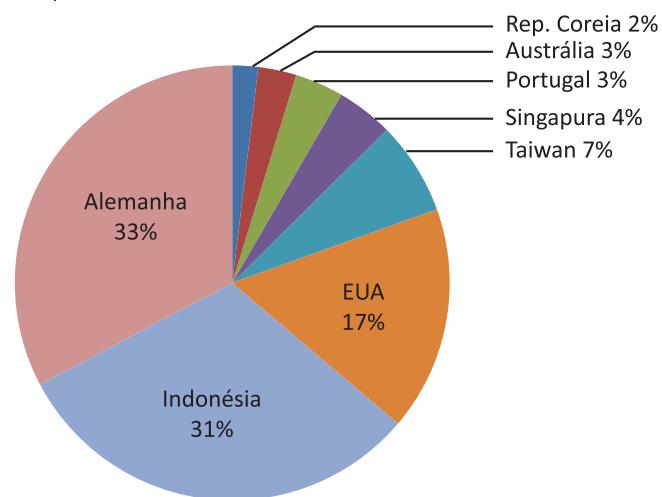
9) 9.1) República de Coreia

9.2)

	f_i	f_{ri}	F_i	F_{ri}
Rep. Da Coreia	18240	0,019	18240	0,019
Austrália	27960	0,028	46200	0,047
Portugal	34560	0,035	80760	0,082
Singapura	43200	0,044	123960	0,126
Taiwan	69120	0,070	193080	0,196
EUA	164478	0,168	357558	0,364
Indonésia	302664	0,308	660222	0,672
Alemanha	321600	0,328	981822	1

9.3) 3,52%

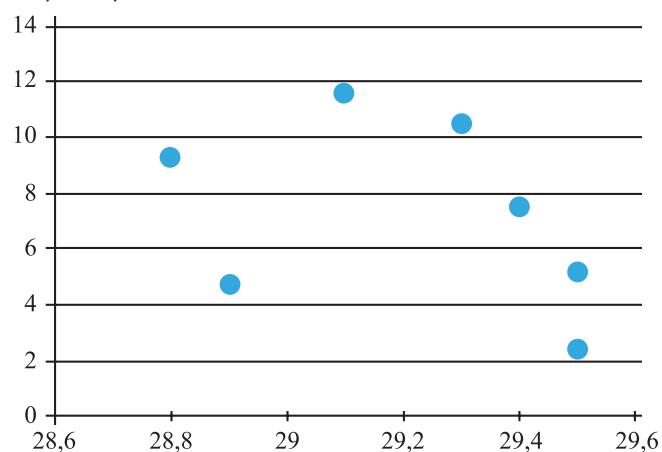
9.4)



10) 10.1) A média é 35,9%

10.2) O desvio é 0,18

11) 11.1)



11.2) (29,21 ; 7,36)

12) 12.1) 0,3110 12.2) 0,0041

12.3) 0,0467 12.4) 120

13) 13.1.1) 0,0821 13.1.2) 0,2565

14) 14.1.1) 0,5 14.1.2) 0,6827

14.1.3) 0,84135

15) 15.1) 0,84135 15.2) 0,2275

16) 3%

17) 17.1) 1,16% 17.2) 2,95%

17.3) 3,50%

18) 18.1) Esperamos que cheguem 2 táxis

18.2) 0,2707